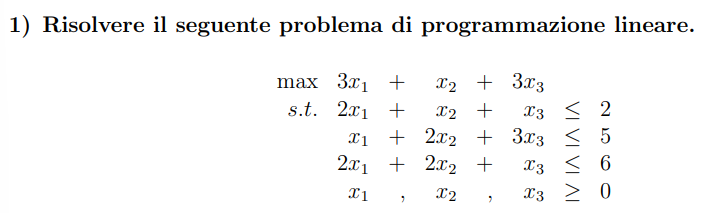
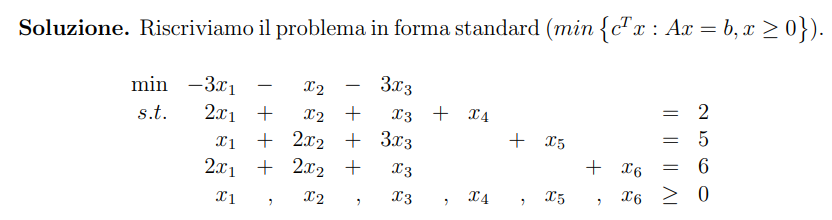
2) Esercizi sul simplesso





Aggiungiamo le variabili di slack, in questo caso per rendere le disuguaglianze delle uguaglianze.

Ricordiamo inoltre che diventa . Si ricordi inoltre di definire i domini di esistenza anche per le variabili di slack. Immaginiamo, a questo punto, la base di partenza sia proprio composta da e organizziamo i dati in forma di tableau.

Quando questo accade, trascriviamo le righe e il valore iniziale della variabile è .

Siamo in forma canonica in quanto ci sono le colonne della matrice identità, sia vicine che volendo lontane

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente

Mi pongo la serie di domande:

* è ammissibile? Sì 🡪 tutti i sono (cioè, tutta l’ultima colonna di destra)
* è ottima? No 🡪 Tutti i coefficienti di costo ridotto sono

Dobbiamo cambiare base e dobbiamo scegliere la variabile che entra nella nuova base.

Seguiamo la regola anticiclo di Bland, che mi dice di selezionare tra le variabili di costo ridotto, quella con valore minore; se ce ne sono diverse, scelgo la prima secondo l’ordine.

Quindi, in questo caso scelgo come variabile entrante in base.

Come in altri casi, per decidere la variabile uscente, prendo quella che ha rapporto minimo tra la posizione della variabile scelta come pivot e le variabili .

Immagine che contiene testo, orologio

Descrizione generata automaticamente

Tra le variabili, esce

Ora, riportiamo il tableau in forma canonica ed eseguiamo le successive operazioni di pivoting:



A questo punto, abbiamo come base ed eseguiamo l’operazione di pivot rispetto all’elemento in prima riga e prima colonna (dato che abbiamo fatto uscire è l’unico elemento logicamente utile su cui operare in questo senso.

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente

* F.C.? Sì 🡪 Appaiono le colonne della matrice identità
* è ammissibile? Sì 🡪 tutti i sono (cioè, tutta l’ultima colonna di destra)
* è ottima? Non lo so 🡪 Esiste qualche coefficiente di costo ridotto (condizione sufficiente di ottimalità; se fossero tutti uguali a zero, allora sarebbe ottima)
* è illimitata? Non lo so 🡪 Vado a vedere se in corrispondenza di colonne con costi ridotti strettamente minori di 0 abbiamo sotto una colonna tutta negativa 🡪 Esiste almeno un valore strettamente positivo in corrispondenza di qualche valore negativo e quindi non possiamo concludere con certezza
* chi entra in base? 🡪 Una qualsiasi variabile con costo ridotto negativo 🡪
* Immagine che contiene testo, orologio

  Descrizione generata automaticamentechi esce dalla base? Calcoliamo l’argomento del minimo tra i rapporti di e gli per righe rispetto alla colonna dell’elemento del pivot 🡪

Quindi ora la nuova base è . Anche qui, apparirebbe un elemento simile alla matrice identità ma ora dobbiamo far entrare in base cambiando le righe (e quindi non avremmo più le colonne sparse per la matrice identità, come si vede per , ,

Abbiamo vari elementi, ma scegliamo l’elemento in riga 2 e colonna 3, come fatto dal prof, anche se in effetti potremmo scegliere quello della colonna precedente o della colonna successiva.

Immagine che contiene tavolo

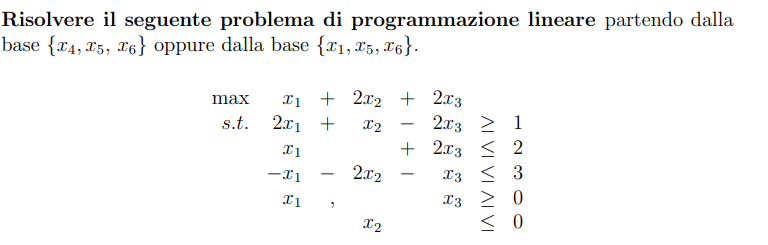
Descrizione generata automaticamente

* F.C.? Sì 🡪 Appaiono le colonne della matrice identità
* è ammissibile? Sì 🡪 tutti i sono (cioè, tutta l’ultima colonna di destra)
* è ottima? Sì 🡪 Tutti i costi ridotti sono

Con saturi (in quanto )

Con lasco (in quanto )

Esercizio 10 Dispense Prof



Riscriviamo il problema in forma standard. Siccome , si introduce una nuova variabile =

con . Attenzione che si inverte il segno della f.o. in quanto si passa da *max* a *min*.

Immagine che contiene testo

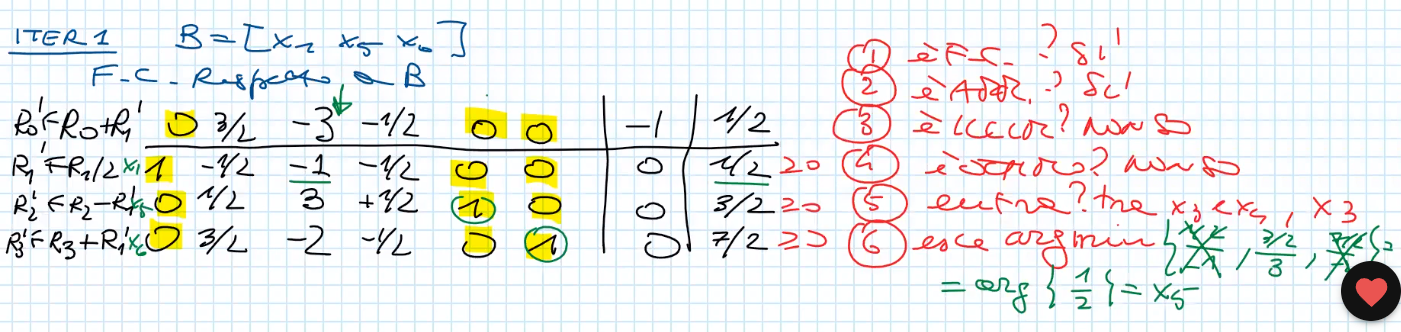
Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, lavagnabianca, ricevuta

Descrizione generata automaticamenteMettiamo sul tableau per vedere cosa succede, scegliendo come base tra le due , che però risulta non ammissibile avendo negativo.

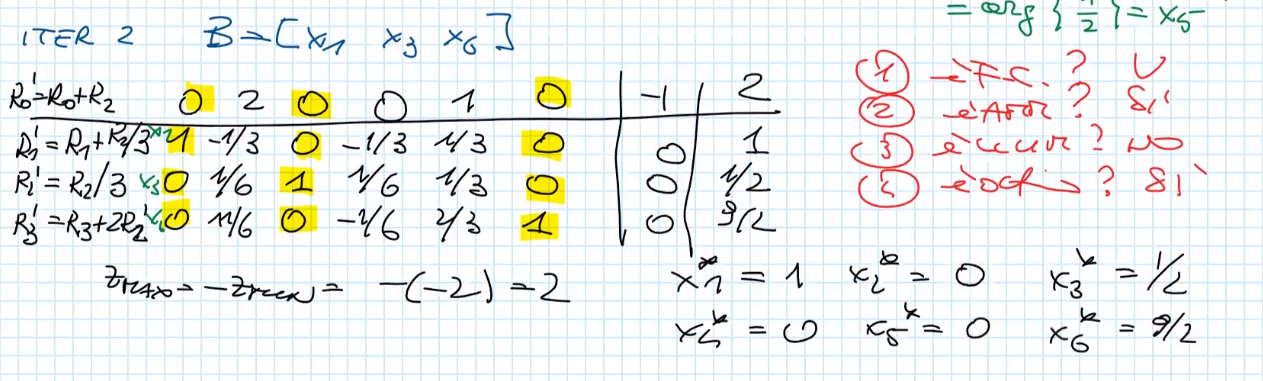
Ecco perché il prof dà varie basi di partenza, dato non tutte possono essere ammissibili; infatti, qui si parte da , essendo l’altra non ammissibile. Segnalo le operazioni di pivoting:



Partiamo dalla prima iterazione, mettendo in forma canonica rispetto a :

1. F.C? 🡪 Sì, ci sono le colonne della matrice identità
2. Ammissibile? 🡪 Sì, le variabili della colonna di sono tutte
3. Illimitata? Non so 🡪 Esiste sempre almeno un coefficiente per i costi ridotti in corrispondenza di costi ridotti negativi e non posso concludere
4. Ottimo? Non so 🡪 Esiste qualche costo ridotto e non posso concludere
5. Entra? 🡪 Decido tra le variabili di costo ridotto negativo e decido tra e e scelgo (il motivo è spiegato formalmente dopo, ma accontentiamoci qui di dire )
6. Esce? Decido sulla base del rapporto minimo tra e , dove è la posizione su cui si è fatti pivoting, quindi . Facendo i rapporti, il minimo è con gli altri due che sono negativi e sono scartati.

Andiamo all’iterazione 2, considerando come pivot l’elemento(3) di seconda riga e terza colonna, eseguendo le operazioni di pivoting che seguono:



1. È in forma canonica 🡪 Sì, ci sono le colonne della matrice identità
2. È ammissibile? Sì, le variabili della colonna di sono tutte
3. È illimitato 🡪 No 🡪 Non ci sono colonne con costi ridotti < 0, pertanto non mi pongo il problema se nella colonna sotto ci siano coefficienti negativi
4. È ottima? Sì 🡪 Tutti i costi ridotti sono >= 0

In merito ai vincoli:

* all’ottimo vale 1 (colonna di )
* all’ottimo vale 0 (è fuori base)
* all’ottimo vale (colonna di )
* all’ottimo vale 0 (è fuori base)
* all’ottimo vale 0 (è fuori base)
* all’ottimo è (colonna di )

Leggendolo bene;

* è vincolo saturo, poiché ha valore zero
* è vincolo saturo poiché ha valore zero
* è vincolo lasco, poiché ha valore maggiore di zero

Esistono metodi come quello delle *due fasi*, in cui si scrive un problema artificiale in cui la f.o. è somma di queste variabili artificiali.

* Se il valore della funzione obiettivo è , si ha un problema inammissibile
* Se il valore della funzione obiettivo, allora , metto tutte le fuori base e ottengo come soluzione del problema di partenza

In tal caso, risolvo il problema a partire dalla base ottenuta.

Simulazione Esame 2018-2019

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Attenzione che:

- la funzione obiettivo è di minimo e si cambia di segno

- Data , si va a cambiare segno a quando la si introduce poi, avendo i termini noti non negativi, si va a cambiare segno alle variabili di slack (e, se ci fossero altre variabili oltre a quelle di slack, si cambia segno anche a quelle)

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamenteImmagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamentePer il pivot, siccome non siamo in forma canonica, scelgo di volta in volta un elemento utile per le operazioni di Gauss-Jordan. Faccio entrare in base :



Faccio poi entrare in base (ho evidenziato in rosso gli elementi di pivoting):

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente



Si fa poi entrare in base facendo pivot sull’elemento in rosso, tale che otteniamo finalmente la forma canonica.

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente

La base si compone sulle colonne dove appaiono i coefficienti della matrice identità, quindi

Si nota che è ammissibile (avendo tutte le colonne di > 0 ). Non sappiamo se sia ottima (avendo costi ridotti negativi) ma non è illimitata (infatti, tutti i coefficienti sono positivi sotto colonne con costi ridotti negativi).

Partiamo con il simplesso e decidiamo la variabile che entra in base. Per la regola di Bland, scegliamo la prima variabile in ordine tra quelle con coefficienti di costo ridotto negativo (quindi, tra scelgo ).

La variabile che esce dalla base si capisce rispetto al rapporto nella posizione della variabile che entra in base, quindi .

Per scegliamo come elemento di pivoting come visto nel tableau precedente.

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente

* F.C.? Sì
* è ammissibile? Sì 🡪 tutti i sono (cioè, tutta l’ultima colonna di destra)
* è ottima? Non lo so 🡪 Esiste qualche coefficiente di costo ridotto (condizione sufficiente di ottimalità; se fossero tutti uguali a zero, allora sarebbe ottima)
* è illimitata? Non lo so 🡪 Vado a vedere se in corrispondenza di colonne con costi ridotti strettamente minori di 0 abbiamo sotto una colonna tutta negativa 🡪 Esiste almeno un valore strettamente positivo in corrispondenza di qualche valore negativo e quindi non possiamo concludere con certezza
* chi entra in base? 🡪
* chi esce dalla base 🡪

ed eseguo il pivoting rispetto all’elemento riquadrato poco fa.

Immagine che contiene tavolo

Descrizione generata automaticamente

* F.C.? Sì
* è ammissibile? Sì 🡪 tutti i sono (cioè, tutta l’ultima colonna di destra)
* è ottima? Si 🡪 Non esiste qualche coefficiente di costo ridotto

La soluzione ottima del problema è

Inoltre, abbiamo

con vincoli saturo in quanto ha valore zero e lasco, per valore > 0 (si ricordi che lasco e saturo si va a

dire sulle variabili di slack aggiunte).

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo

Descrizione generata automaticamente